

Séries doubles

Le TD comporte 1 pages d'énoncés

1 Séries à termes positifs

1. [WAR8.25.276] Montrer que la série double $\sum_{(i,j)} a_{i,j}$ définie par $\forall (i, j) \in \mathbb{N}^2$, $a_{i,j} = \frac{i+j}{i!j!2^{i+j}}$ est convergente de somme e .
2. [WAR8.27.276] On pose pour, $i \geq 2$ et $j \geq 2$, $a_{i,j} = \frac{1}{ij}$. Montrer que la série double $\sum_{(i,j)} a_{i,j}$ converge. Calculer sa somme.
3. [WAR8.28.276] Calculer $\sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{k=n}^{+\infty} \frac{1}{k!}$.
4. [WAR8.22.276] On pose $a_{n,p} = \frac{1}{n^2 - p^2}$ si $n \neq p$ et $a_{n,n} = 0$. Calculer $\sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{p=0}^{+\infty} a_{n,p}$.

2 Série à termes de signe quelconque

[WAR8.22.276] Soit x un réel tel que $|x| < \frac{1}{2}$. Montrer que la série double de terme général $a_{i,j} = \frac{(i+j)!}{i!j!} x^{i+j}$ est absolument convergente. Calculer sa somme.

